SIDANG TESIS

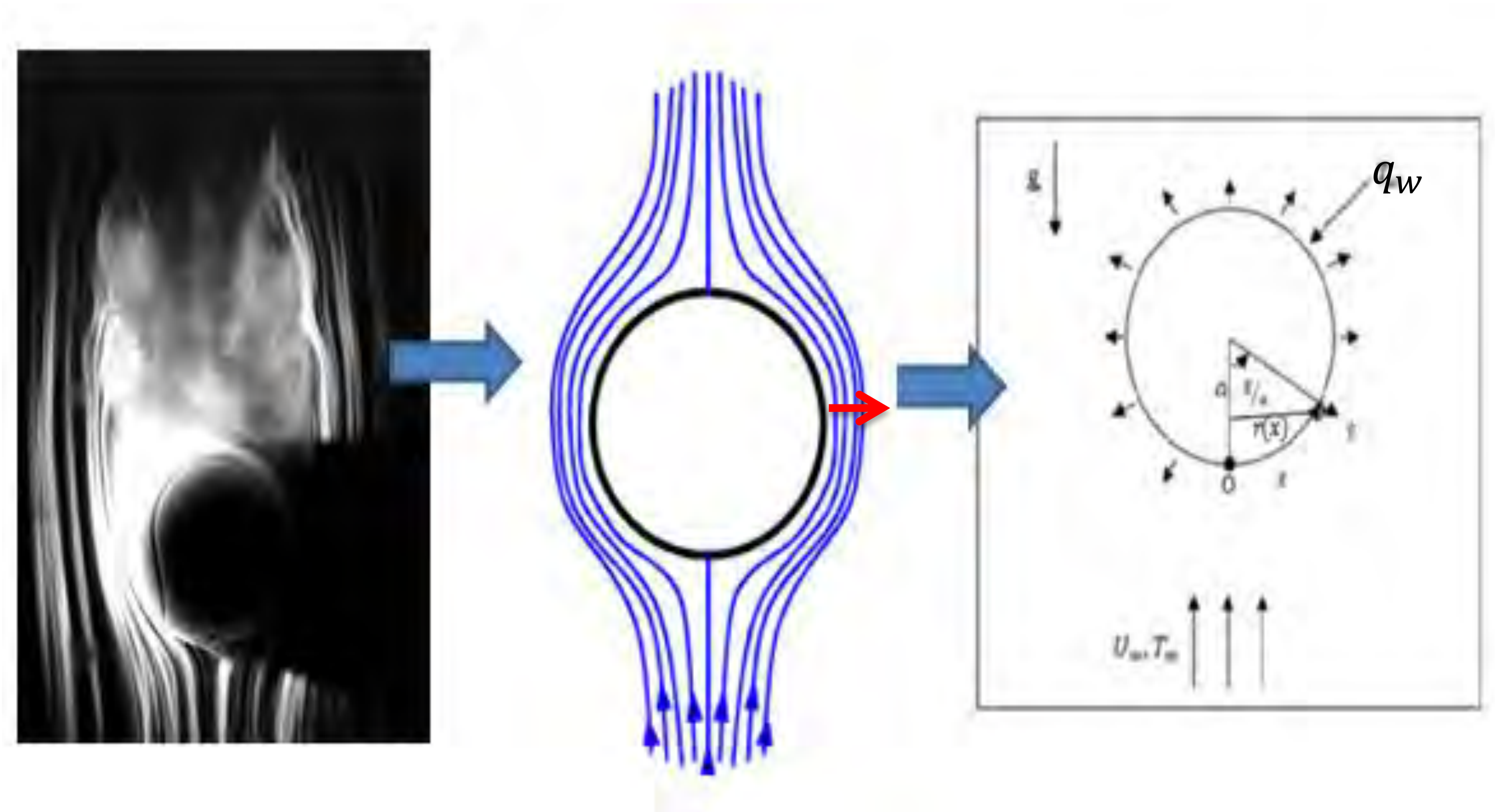
PENGARUH PANAS TERHADAP ALIRAN KONVEKSI BEBAS YANG MELALUI SEBUAH BOLA BERPORI

Oleh
Mohamad Tafrikan (1213201051)

Dosen Pembimbing : 1. Prof. Dr. Basuki Widodo, M.Sc.
2. Dr. Chairul Imron, MI.Komp.

JURUSAN MATEMATIKA
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOVEMBER SURABAYA
2015

- **Fenomena aliran fluida konveksi bebas**



Gambar 1. Model fisik aliran konveksi bebas yang melalui sebuah bola berpori

Metodologi Penelitian

Persamaan Pembangun dimensional

↓

Persamaan Pembangun non-dimensional

↓

Persamaan Similar

↓

Proses Diskritisasi

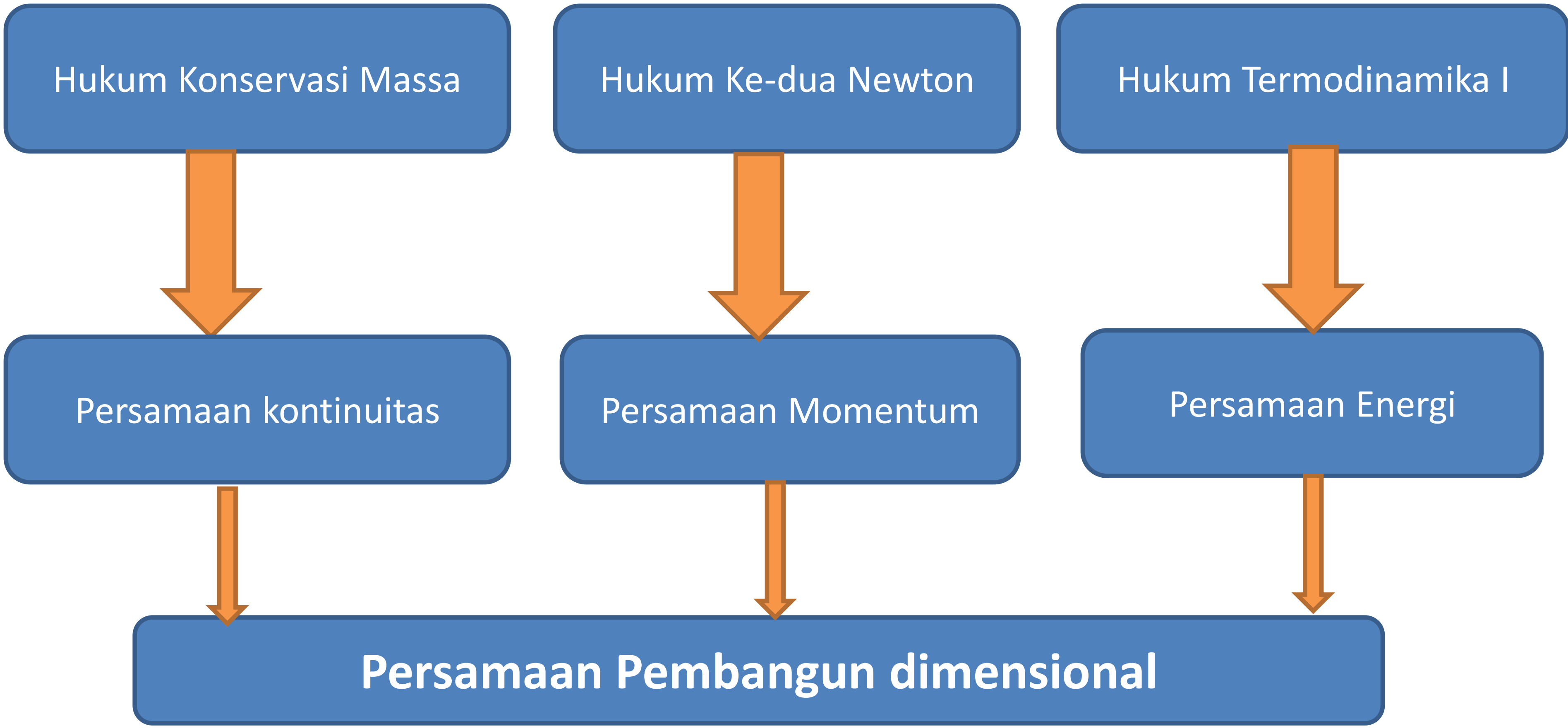
↓

Simulasi

↓

Analisa Hasil Simulasi

Persamaan Pembangun dimensional



Persamaan Pembangun dimensional

Persamaan kontinuitas

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}}(\bar{r}\bar{u}) + \frac{\partial}{\partial \bar{y}}(\bar{r}\bar{v}) = 0 \qquad (1)$$

Persamaan Momentum

$$\bar{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v}\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} = \bar{\nu}\left[\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2}\right] - \frac{k_0}{\rho}\left[\bar{u}\left(\frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial \bar{x}^3 \bar{y}^2}\right) + \bar{v}\frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial \bar{y}^3} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}}\left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}\partial \bar{x}}\right) + \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}}\left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2}\right)\right] + g\beta(\bar{T} - \bar{T}_\infty)\sin\left(\frac{\bar{x}}{\bar{a}}\right) - \frac{\nu}{K^*}\bar{u} \qquad (2)$$

Persamaan Energi

$$\bar{u}\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} + \bar{v}\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} = \alpha\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{y}^2} + Q_0(\bar{T} - \bar{T}_\infty) \qquad (3)$$

$$\left.\begin{aligned} &\bar{u} = \bar{v} = 0, \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} = -\frac{q_w}{k} \; pada \; \bar{y} = 0 \\ &\bar{u} = 0, \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} = 0, \quad \bar{T} = \bar{T}_\infty \quad pada \; \bar{y} \to \infty \end{aligned}\right\}$$

Persamaan Non-dimensional

Parameter non-dimensi

$$\left.\begin{aligned}
v &= \frac{a}{v} Gr^{-\frac{1}{4}} \bar{v} \\
\theta &= \frac{(\bar{T}-\overline{T_\infty})}{\left(\frac{q_w a}{k}\right)} \\
x &= \frac{\bar{x}}{a} \\
y &= Gr^{\frac{1}{4}} \left(\frac{\bar{y}}{a}\right) \\
u &= \frac{a}{v} Gr^{-\frac{1}{2}} \bar{u} \\
r &= \frac{\bar{r}}{a}
\end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Persamaan Non-dimensional

Persamaan Momentum

$$\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\theta\sin x-K\left[u\frac{\partial^3 u}{\partial x\partial y^2}+v\frac{\partial^3 u}{\partial y^3}-\frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right]-Pu \qquad (5)$$

Dengan $\mathrm{K}=\frac{k_0}{\rho}\frac{Gr^{1/2}}{a^2}\ dan\ P=\frac{a^2}{Gr^{1/2}K^*}$

Persamaan Energi

$$u\frac{\partial\theta}{\partial x}+v\frac{\partial\theta}{\partial y}=\frac{1}{Pr}\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}+\gamma\theta \qquad (6)$$

dengan $Pr=\frac{v}{\alpha}$ dan $\gamma=\frac{a^2Q_0}{\upsilon\rho C_p Gr^{\frac{1}{2}}}$ berturut-turut adalah bilangan Prandtl dan *heat generation.*

Dengan kondisi batas :

$$u=v=0,\frac{\partial\theta}{\partial y}=-1 \text{ untuk } y=0$$

$$u=0,\ \frac{\partial u}{\partial y}=0,\theta=0 \text{ untuk } y\to\infty \qquad (7)$$

Persamaan Similar

Untuk mentransformasi persamaan non-dimensi ke persamaan no-singular , maka digunakan *stream function* yang didefiniskan sebagai berikut.

$\psi = xr(x)f(x,y), \theta = \theta(x,y)$

$u = \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial y}, v = -\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial x}$

Dengan $r(x) = \sin x$, sehingga didapatkan :

$u = x\frac{\partial f}{\partial y},$

$v = -\frac{f}{r}(r + x\, cos\, x) - x\frac{\partial f}{\partial x}$

Sehingga didapat persamaan non-singular sebagai berikut :

$$f'^2 - 2ff'' = f''' + \theta - K\left[2f'f''' - 2ff'''' - (f'')^2 \quad\right] - Pf' \qquad (8)$$

dan

$$-2f\theta' = \frac{1}{Pr}\theta'' + \gamma\theta \qquad (9)$$

Dengan kondisi batas :

$$f(0) = f'(0) \;\; = 0, \theta'(0) \;\; = -1 \quad untuk\; y = 0$$

$$f'(\infty) \;\; = f''(\infty) \;\; = 0, \theta(\infty) \;\; = 0 \quad untuk\; y \to \infty \qquad (10)$$

Diskritisasi

Dengan menggunakan metode beda hingga pusat, maka didapat hasil diskritasi dari Persamaan (8), (9), dan (10) sebagai berikut:

$$t_1 f_{i+2} f_{i+1} - 4t_1 f_i f_{i+2} - t_1 f_{i+2} f_{i-1} + t_2 f_{i+1}^2 + t_3 f_i f_{i+1} - \left(\frac{B}{2}\right) f_{i-1} f_{i+1} - t_1 f_{i-2} f_{i+1} +$$
$$t_4 f_i^2 + t_3 f_i f_{i-1} - 4t_1 f_i f_{i-2} + t_2 f_{i-1}^2 + t_1 f_{i-2} f_{i-1} + t_5 f_{i+1} -$$
$$t_5 f_{i-1} + \left(\frac{C}{2}\right) f_{i-2} - \theta_i = 0 \qquad (11)$$

Dan

$$(Af_i - B1)\theta_{i-1} - (Af_i + B1)\theta_{i+1} + (2B1 - \gamma)\theta_i = 0 \qquad (12)$$

Dengan kondisi batas :

$$f_i = 0, \qquad f_{i+1} = f_{i-1}, \qquad \theta_{i+1} = -2\Delta y + \theta_{i-1}$$
$$f_{i+1} = f_{i-1},\ f_{i+1} = 2f_i - f_{i-1}, \theta_i = \theta_{i-1} - \Delta y, \quad \theta_i = 0 \qquad (13)$$

Dengan

$A = \frac{1}{\Delta y}, B = \frac{1}{\Delta y^2}, C = \frac{1}{\Delta y^3}, D = \frac{1}{\Delta y^4}, t_1 = \frac{DK}{2}, t_2 = \frac{B-8DK}{4}, t_3 = 12DK - 2B, t_4 = 4B - 16DK$, dan $t_5 = \frac{2C+AP}{2}$.

Linierisasi

menurut Berlin Chen, Persamaan (11) dan (12) dapat dilinierisasi dengan metode Gauss-Seidel. Adapun formula dari metode Gauss-Seidel sebagai berikut:

$$x_i^k = \frac{1}{a_{ii}}\left[\sum_{j=1,j\neq i}^{m}\left(-a_{ij}^{k-1}\right) + b_i\right], i = 1,2,3,\dots,m. \qquad (14)$$

dengan a_{ii} sebuah konstanta dan x_i^{k-1} nilai awal.

Dengan Persamaan (14), maka dapat dicari nilai $f(1), f(2), \dots, f(M-1), f(M)$ dan $\theta(1), \theta(2), \dots, \theta(M-1), \theta(M)$.

Untuk iterasi ke-1 didapat :

$$f_1 = sqrt\ \Bigg[(-1)(\ t_1f_3f_2 - 4t_1f_1f_3 - t_1f_3f_0 + t_2f_2^2 + t_3f_1f_2 - \left(\frac{B}{2}\right)f_0f_2 - t_1f_1f_2 + \ t_3f_1f_0$$
$$- 4t_1f_1f_0 + t_2f_0^2 + t_1f_0f_0 + \ t_5f_2 - t_5f_0 + \left(\frac{C}{2}\right)f_1$$
$$- \theta_1\ )/t_4\Bigg]$$

$$\theta_1 = \frac{(B1 - Af_0)(\theta_2 + 2\Delta y) + (Af_0 + B1)\theta_2}{(2B1 - \gamma)}$$

Linierisasi

- Iterasi ke-2

$$f_2 = sqrt\ \left[(-1)(\ t_1 f_4 f_3 - 4t_1 f_2 f_4 - t_1 f_4 f_1 + t_2 f_3^2 + t_3 f_2 f_3 - \left(\frac{B}{2}\right) f_1 f_3 - t_1 f_0 f_3 + t_4 f_i^2 +\ t_3 f_2 f_1 - 4t_1 f_2 f_0 + t_2 f_1^2 + t_1 f_0 f_1 +\ t_5 f_3 - t_5 f_1 + \left(\frac{C}{2}\right) f_0 - \theta_2\ )/t_4\right]$$

$$\theta_2 = \frac{(B1 - Af_0)(\theta_1 + 2\Delta y) + (Af_0 + B1)\theta_3}{(2B1 - \gamma)}$$

$$\vdots$$

- Iterasi ke-(M)

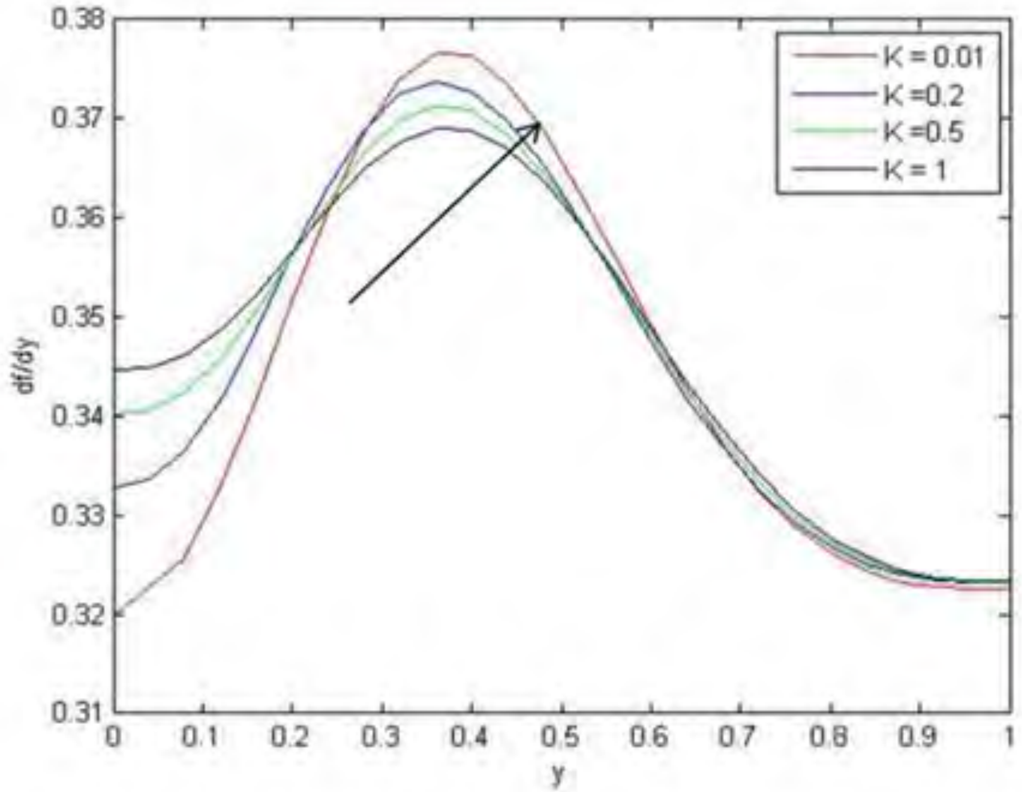
$$f_M = sqrt\ \left[(-1)(\ t_1 f_{M-1} f_{M-1} - 4t_1 f_M f_M - t_1 f_M f_{i-1} + t_2 f_{M-1}^2 + t_3 f_M f_{M-1} - \left(\frac{B}{2}\right) f_{M-1} f_{M-1} - t_1 f_{M-2} f_{M-1} +\ t_3 f_M f_{M-1} - 4t_1 f_M f_{M-2} + t_2 f_{M-1}^2 + t_1 f_{M-2} f_{M-1} +\ t_5 f_{M-1} - t_5 f_{M-1} + \left(\frac{C}{2}\right) f_{M-2} - \theta_M\ )/t_4\right]$$

$$\theta_M = \frac{(B1)\theta_{M-1}}{(2B1 - \gamma)}$$

Dengan $B1 = \frac{B}{Pr}$

Hasil Simulasi

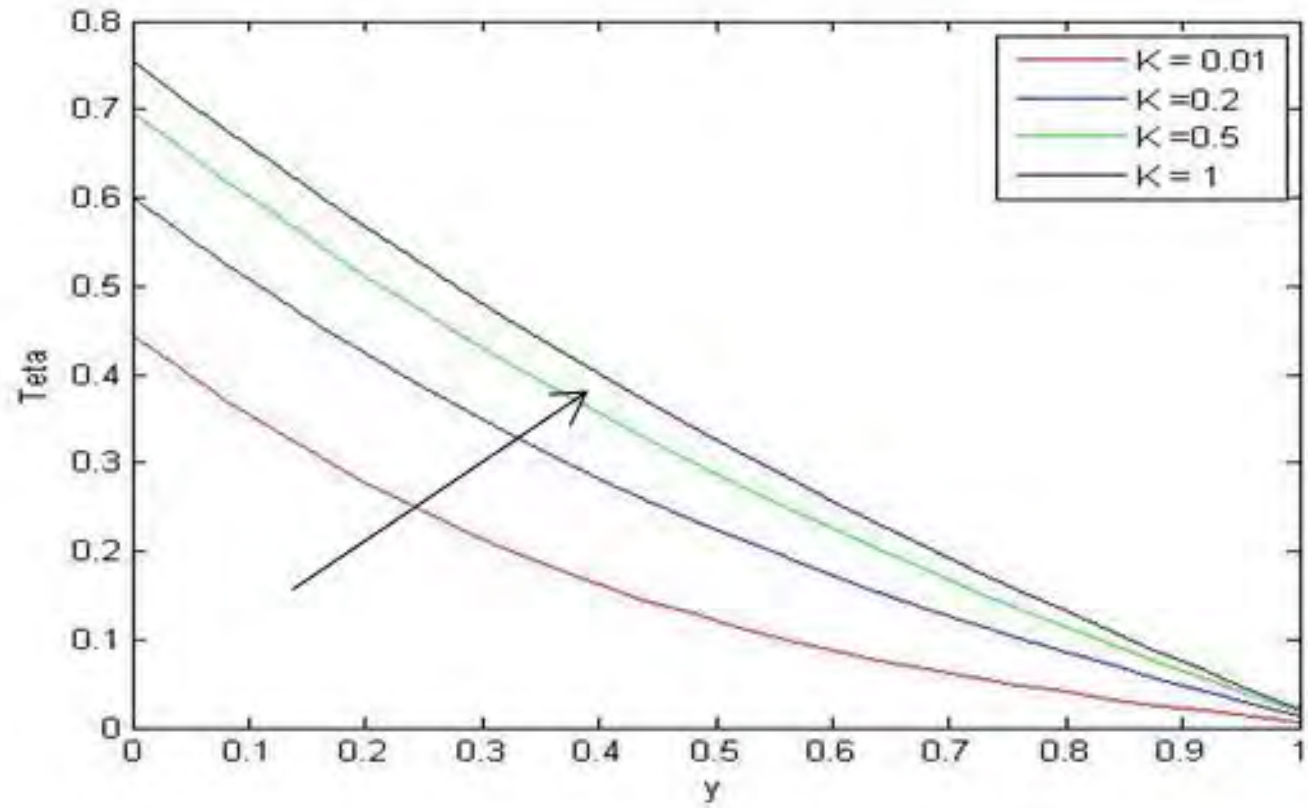
1. Grafik profil kecepatan fluida dengan pengaruh nilai parameter $\gamma = 0.5, Pr = 1, P = 10$ dan viskoselastik (K) yang divariasi.



$$K = \frac{k_0}{\rho}\frac{Gr^{1/2}}{a^2}$$

Hasil Simulasi(lanj)

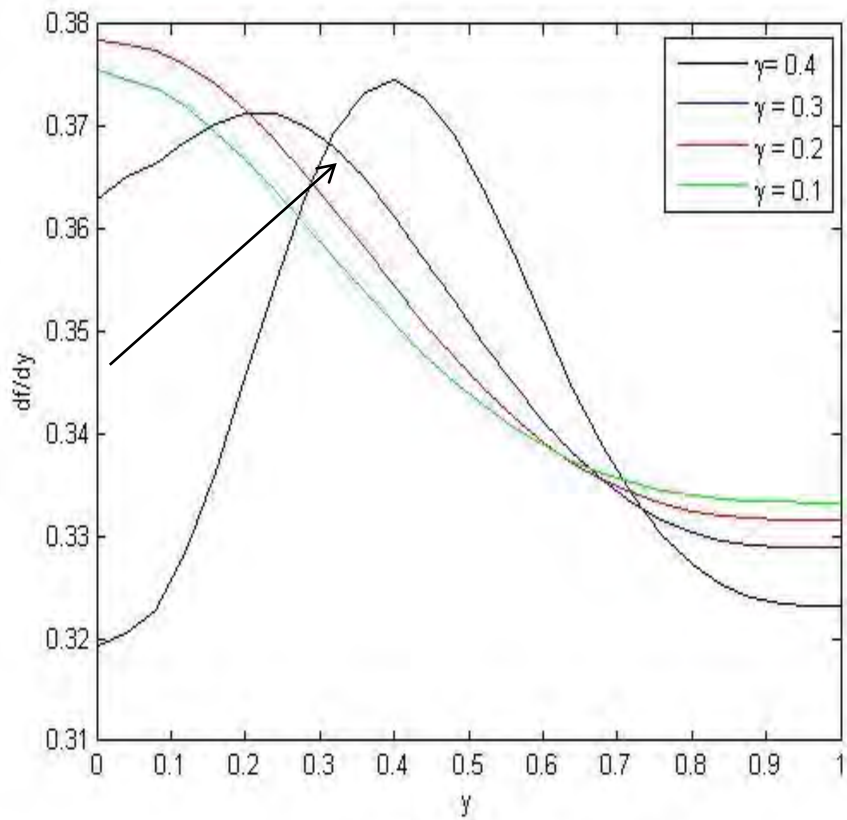
2. Grafik profil temperatur fluida dengan pengaruh nilai parameter $\gamma = 0.5, Pr = 1, P = 10$ dan viskoselastik (K) divariasi.



$$K = \frac{k_0}{\rho}\frac{Gr^{1/2}}{a^2}$$

Hasil Simulasi(lanj)

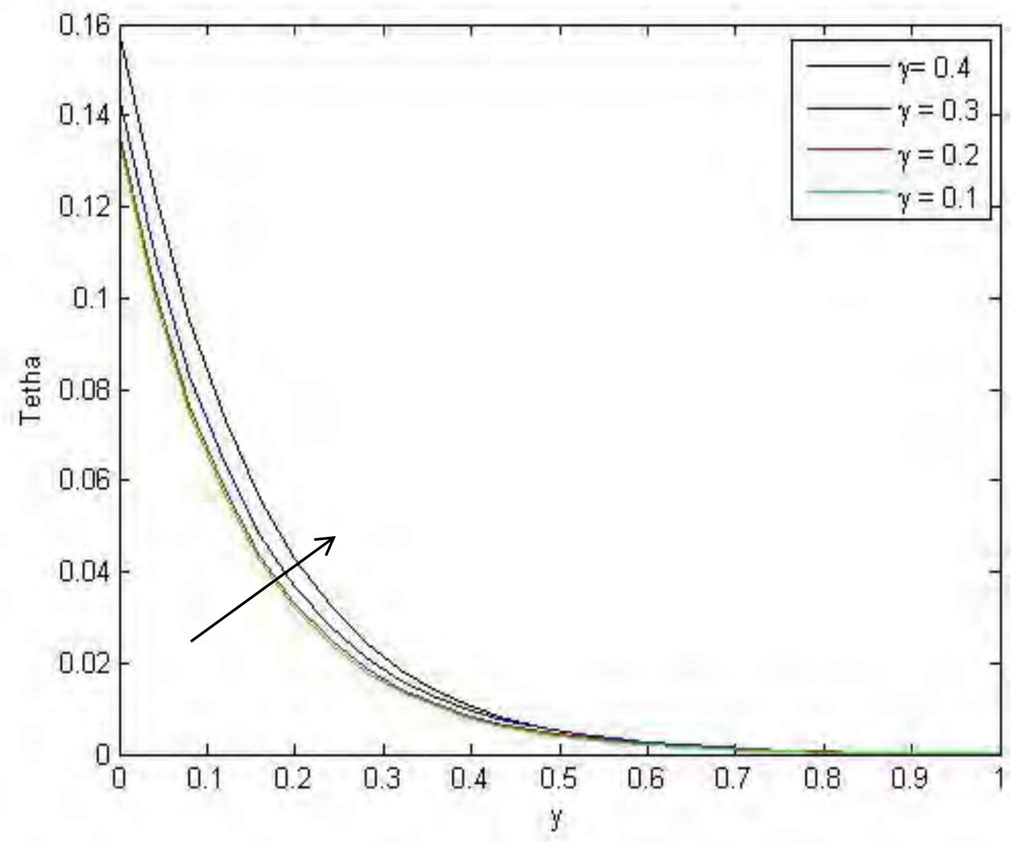
3. Grafik profil kecepatan fluida dengan pengaruh nilai parameter $K = 0.01$, $Pr = 1$, $P = 0.1$, dan parameter *heat generation* (γ) yang divariasi.



$$\gamma = \frac{a^2 Q_0}{\upsilon \rho C_p Gr^{\frac{1}{2}}}$$

Hasil Simulasi(lanj)

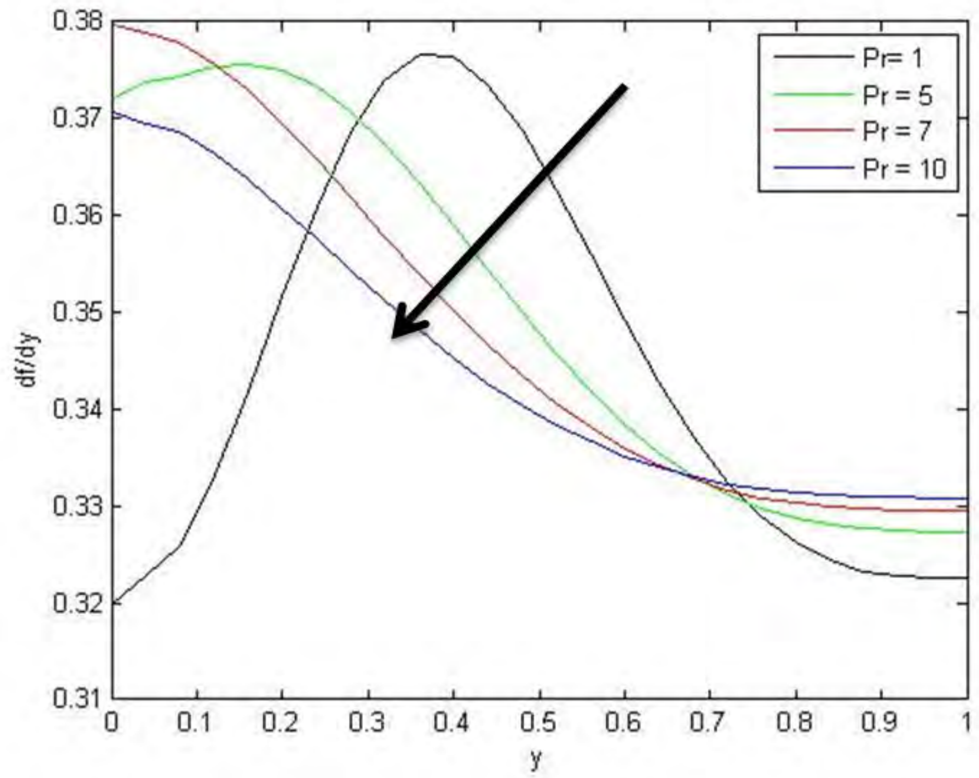
4. Grafik profil temperatur fluida dengan pengaruh nilai parameter $K = 0.01, Pr = 10, P = 1$ dan parameter *heat generation* (γ) yang divariasi.



$$\gamma = \frac{a^2 Q_0}{\upsilon \rho C_p Gr^{\frac{1}{2}}}$$

Hasil Simulasi(lanj)

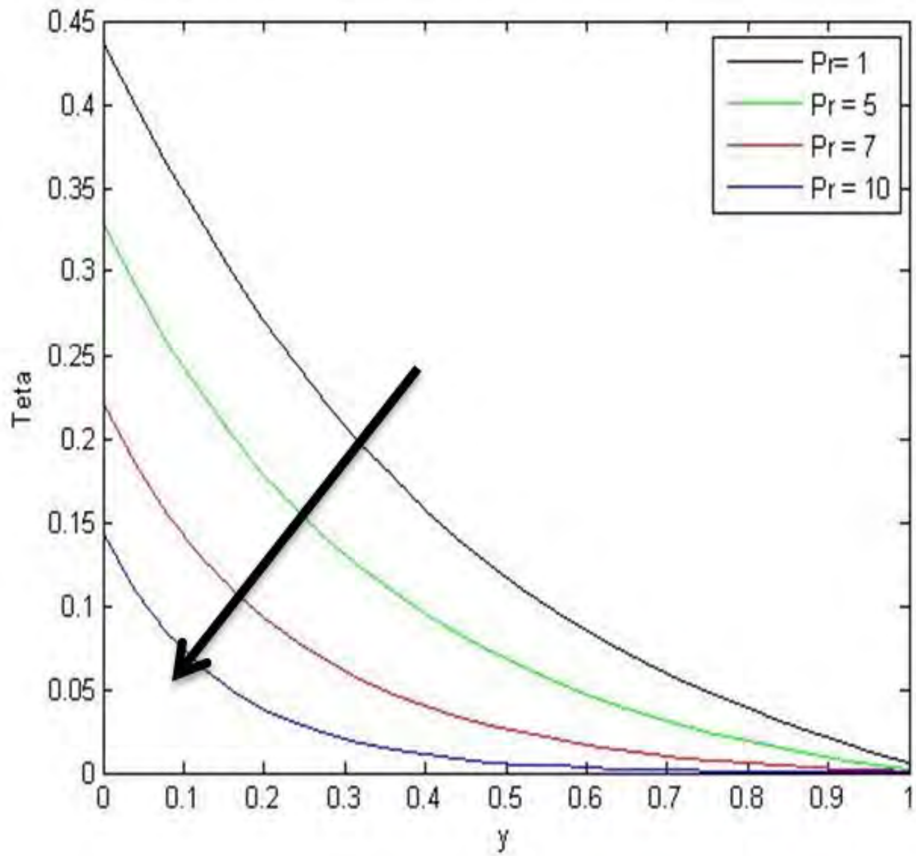
5. Grafik profil kecepatan fluida dengan pengaruh nilai parameter $K = 0.01$, $\boldsymbol{\gamma} = 0.5$, $P = 0.1$ dan parameter *bilangan Prandtl* (Pr) yang divariasi.



$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

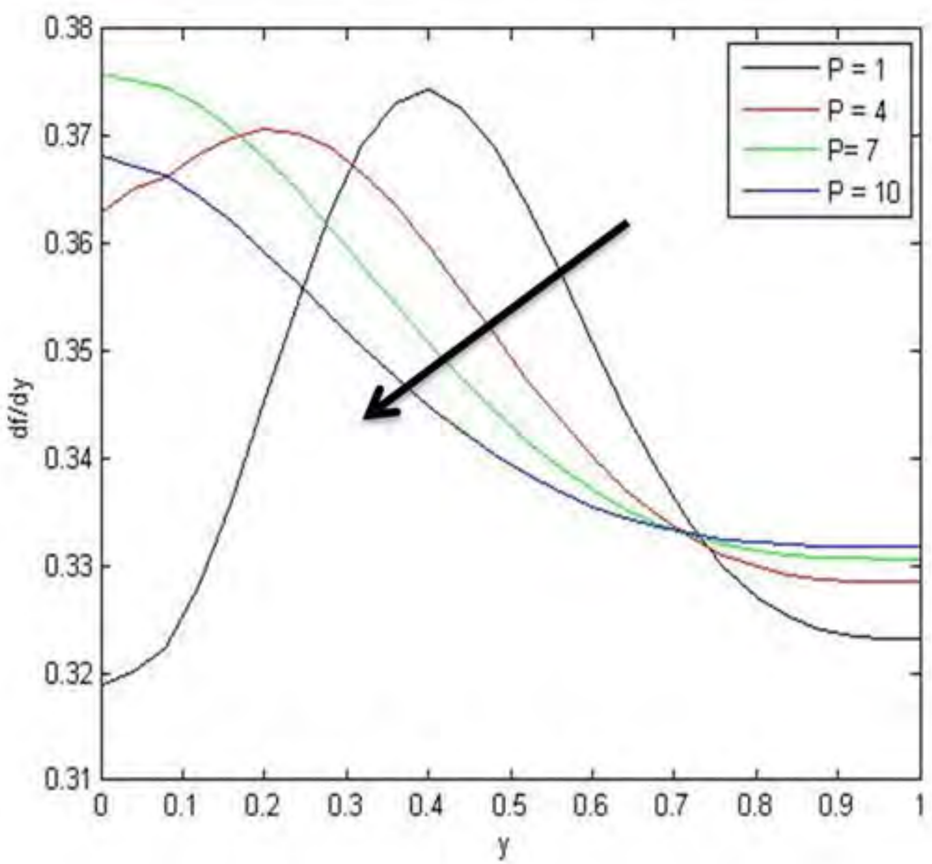
Hasil Simulasi(lanj)

6. Grafik profil temperatur fluida dengan pengaruh nilai parameter $K = 0.01$, $\boldsymbol{\gamma} = 0.5$, $P = 0.1$ dan parameter *bilangan Prandtl* (Pr) yang divariasi.



$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

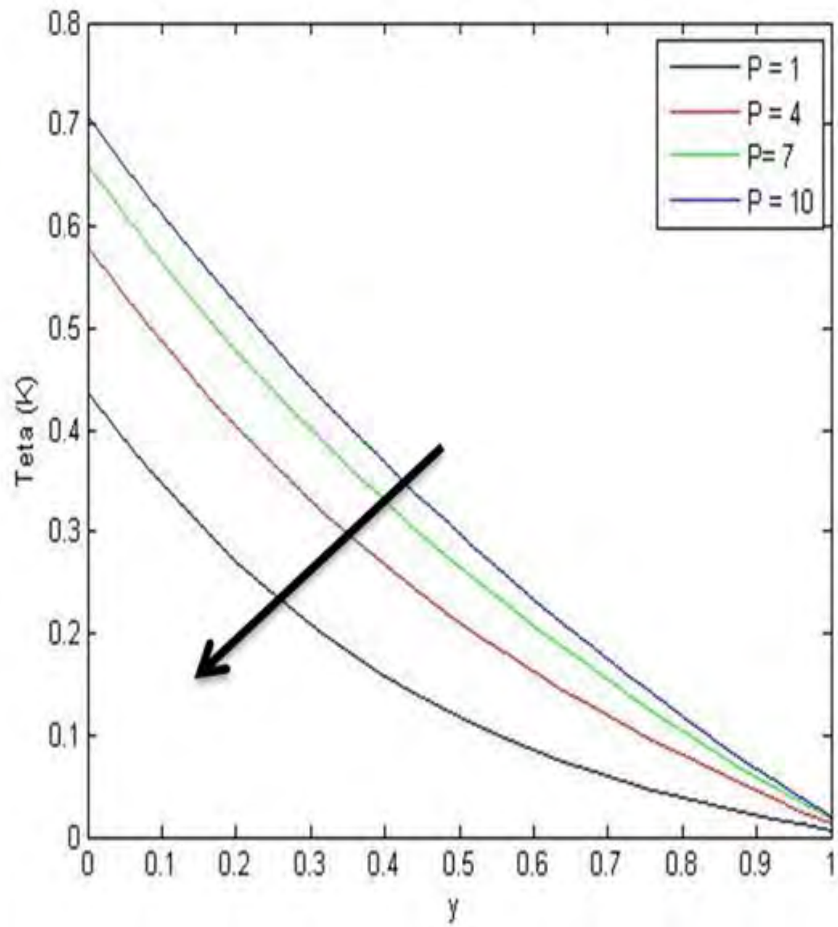
7. Grafik profil kecepatan fluida dengan pengaruh nilai parameter $K = 0.01,\ \gamma = 0.2,\ Pr = 1$ dan parameter porositas (P) yang divariasi.



$$P = \frac{a^2}{Gr^{1/2}K^*}$$

Hasil Simulasi(lanj)

8. Grafik profil temperatur fluida dengan pengaruh nilai parameter $K = 0.01,\ \gamma = 0.2,\ Pr = 1$ dan parameter porositas (P) yang divariasi.



$$P = \frac{a^2}{Gr^{1/2}K^*}$$

Kesimpulan

Pengaruh dari parameter viskoelastik (K), bilangan Prandtl (P_r), pembangkit panas (γ), dan porositas (P) terhadap profil kecepatan (f') dan profil temperatur (θ) dari aliran konveksi bebas yang melalui permukaan sebuah bola berpori didapat hasil sebagai berikut :

- Pengaruh nilai parameter pembangkit panas ($\gamma = 0.5$), bilangan Prandtl ($Pr = 1$), porositas ($P = 10$), dan viskoselastik yang divariasi (K= 0.01, 0.2, 0.5, 1) terhadap kecepatan aliran berbanding terbalik. Sedangkan pengaruh nilai parameter pembangkit panas ($\gamma = 0.5$), bilangan Prandtl($Pr = 1$), porositas ($P = 0.1$), dan viskoselastik yang divariasi (K= 0.01, 0.2, 0.5, 1) terhadap temperatur aliran berbanding lurus.
- Pengaruh nilai parameter viskositas ($K = 0.01$) , bilangan Prandtl ($Pr = 10$), porositas ($P = 1$), dan pembangkit panas (*heat generation*) yang divariasi (γ = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4) terhadap kecepatan aliran dan temperatur berbanding lurus.
- Pengaruh nilai parameter viskositas ($K = 0.01$) , porositas ($P = 0.1$), pembangkit panas ($\gamma = 0.5$), dan bilangan Prandtl ($Pr = 1, 5, 7, 10$) yang divariasi terhadap kecepatan aliran dan temperatur berbanding terbalik.
- Pengaruh nilai parameter viskositas ($K = 0.01$) , pembangkit panas ($\gamma = 0.5$), bilangan Prandtl ($Pr = 1$), dan porositas yang divariasi ($P = 1, 4, 7, 10$) terhadap kecepatan aliran berbanding terbalik. Sedangkan pengaruh nilai viskositas ($K = 0.01$) , pembangkit panas ($\gamma = 0.5$), bilangan Prandtl ($Pr = 1$) , dan porositas yang divariasi ($P = 1, 4, 7, 10$) terhadap terhadap temperatur aliran berbanding lurus.

Saran

Adapun saran-saran untuk penelitian berikutnya adalah sebagai berikut :

1. Sebaiknya aliran lapisan batas konveksi bebas yang dikaji bersifat tak tunak (*unsteady*).
2. Sebaiknya fluida yang digunakan bersifat Magneto Hydrodinamic (MHD).

Daftar Pustaka

[1] Amin, N., Nazar, R., dan Pop, I, (2002), “On The Mixed Convection Boundary-Layer Flow About A Solid Sphere With Constant Surface Temperature”, The Arabian Journal for Science and Engineering, Volume 27, Number 2C. This article from : upm.edu.sa/articles/272c_05p.pdf.

[2] Kasim, A.R.M, (2014), *Convective Boundary Flow of Viscoelastic Fluid*, Universitas Teknologi Malaysia, Malaysia.

[3] Munson, Bruce, (2003), Mekanika Fluida, Edisi 4, Erlangga. Jakarta.

[4] Nazar, R., Pop, I., Salleh., M.Z, (2010), “Mixed Convection Boundary Layer Flow about A Solid Sphere with Newtonian Heating”, Arch. Mech, 62, 4, pp. 283-303, Warszawa. This article from: http://am.ippt.pan.pl/am/ article/viewFile/v62p283/pdf.

[5] Sleigh, Andrew, (2001), *An Introduction to Fluid Mechanics*, University of Leeds. England.

[6] Widodo, B., Fatahillah, A., Rahayuningsih, T, (2011), “Mathematical Modelling and Numerical Solution of Iron Corrosion Problem Based on Condensation Chemical Properties”, Australian Journal of Basic and Applied Sciences,5(1), pp. 79-86.